Tablično rešavanje zadataka

Ovde imamo dva tipa zadataka :

1. tip – prvo proverimo da li su zadati iskazi tačni ili netačni pa radimo samo jedan red ispitivanja

2.tip – crtamo tablicu kad u zadatku kaže ispitati (ili dokazati) da je neka formula tautologija.

Primer 1.

Dati su iskazi

$$p \equiv (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}):(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})=\frac{10}{3}$$

$$q \equiv \frac{1}{2}-\frac{1}{3}:(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})=-\frac{37}{6}$$

$$r \equiv (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}):\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=7$$

$$s \equiv \frac{1}{2}-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$$

Odrediti njihovu tačnost, pa na osnovu toga odrediti istinitosnu vrednost iskaza $(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee s)$

Rešenje:

$$(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}):(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})=$$
$$\frac{3-2}{6}:\frac{5-4}{20}=$$
$$\frac{1}{6}:\frac{1}{20}=\frac{1}{6}\cdot\frac{20}{1}=\frac{10}{3}$$
$$\tau(p)=\mathrm{T}$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})=$$
$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:\frac{1}{20}=$$
$$\frac{1}{2}-\frac{20}{3}=\frac{3-40}{6}=-\frac{37}{6}$$
$$\tau(q)=\mathrm{T}$$

$$(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}):\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=$$
$$\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{1}-\frac{1}{5}=$$
$$\frac{2}{3}-\frac{1}{5}=\frac{10-3}{15}=\frac{7}{15}$$
$$\tau(r)=\perp$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=$$
$$\frac{1}{2}-\frac{4}{3}-\frac{1}{5}=$$
$$\frac{15-40-6}{30}=-\frac{29}{30}$$
$$\tau(s)=\perp$$

Sad radimo samo jedan red :(evo tabelice da se podsetimo)

$$\tau\big((p \wedge q) \Rightarrow (r \vee s)\big)=$$
$$(\mathrm{T} \wedge \mathrm{T}) \Rightarrow (\perp \vee \perp)=$$
$$\mathrm{T} \Rightarrow \perp = \perp$$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$\neg p$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$

Primer 2.

Na osnovu istinitosnih vrednosti datih iskaza

$p \equiv 2^3 \cdot 4^2 = 2^7$

$q \equiv (8^2 \cdot 4^3) : (16 \cdot 64) = 2^3$

$r \equiv (27^2 \cdot 64)^2 : (216^3 \cdot 36) = 6$

$s \equiv 2^3 + 3^3 = 5^3$

$t \equiv 3^3 + 3^4 = 3^7$

odrediti istinitosnu vrednost iskaza $\big((p \vee q) \Rightarrow (s \wedge t)\big) \Leftrightarrow r$

Rešenje:

Ovde se od nas traži da upotrebljavamo pravila za stepenovanje pa evo podsetnik:

$p \equiv 2^3 \cdot 4^2 = 2^7$

$2^3 \cdot 4^2 = 2^3 \cdot \left(2^2\right)^2 = 2^3 \cdot 2^4 = 2^7$

$\tau(p) = \mathrm{T}$

$q \equiv (8^2 \cdot 4^3) : (16 \cdot 64) = 2^3$

$(8^2 \cdot 4^3) : (16 \cdot 64) =$

$((2^3)^2 \cdot (2^2)^3) : (2^4 \cdot 2^6) =$

$(2^6 \cdot 2^6) : (2^{10}) = 2^{12} : 2^{10} = 2^2$

$\tau(q) = \perp$

1) $a^0 = 1$

2) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4) $a^m : a^n = a^{m-n}$

5) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

6) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

7) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

8) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

9) $a = a^1$

$r \equiv (27^2 \cdot 64)^2 : (216^3 \cdot 36) = 6$

$(27^2 \cdot 64)^2 : (216^3 \cdot 36) =$

$((3^3)^2 \cdot 2^6)^2 : ((6^3)^3 \cdot 6^2) =$

$(3^6 \cdot 2^6)^2 : (6^9 \cdot 6^2) =$

$(6^6)^2 : 6^{11} = 6^{12} : 6^{11} = 6$

$\tau(r) = \mathrm{T}$

$s \equiv 2^3 + 3^3 = 5^3$ nema ovog pravila $\tau(s) = \perp$

a i ako proverimo $2^3 + 3^3 = 5^3 \rightarrow 8 + 27 = 125$ očigledno je netačno

$t \equiv 3^3 + 3^4 = 3^7$ nema ni ovog pravila $\tau(t) = \perp$

Sad ide iskaz:

$\tau\left[\big((p \vee q) \Rightarrow (s \wedge t)\big) \Leftrightarrow r\right] =$

$\big((\mathrm{T} \vee \perp) \Rightarrow (\perp \wedge \perp)\big) \Leftrightarrow \mathrm{T} =$

$\big(\mathrm{T} \Rightarrow \perp\big) \Leftrightarrow \mathrm{T} =$

$\perp \Leftrightarrow \mathrm{T} = \perp$

Primer 3.

Ispitati da li je tautologija formula $F = \neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$

Rešenje:

Kad ima 2 iskazna slova imamo 4 vrste.

Za *p* i *q* idemo 2-2, pa 1-1 (tačno – netačno)

Najbitnije je kako popunjavamo vrstu po kojoj ćemo raditi!

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T					
T	$\perp$					
$\perp$	T					
$\perp$	$\perp$					

Prvo smo stavili negaciju q da nam bude spremna za drugu zagradu. Da bi odradili levi deo, moramo prvo ovo u zagradi, pa onda negaciju zagrade. Dalje ide kolona sa desnim delom i na kraju cela formula F.

Popunjavamo kolonu po kolonu.....

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T	$\perp$				
T	$\perp$	T				
$\perp$	T	$\perp$				
$\perp$	$\perp$	T				

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T	$\perp$	T			
T	$\perp$	T	$\perp$			
$\perp$	T	$\perp$	T			
$\perp$	$\perp$	T	T			

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T	$\perp$	T	$\perp$		
T	$\perp$	T	$\perp$	T		
$\perp$	T	$\perp$	T	$\perp$		
$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$		

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	
T	$\perp$	T	$\perp$	T	T	
$\perp$	T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	
$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	

I konačno, gledamo zadnje dve kolone i vežemo ih sa ekvivalencijom:

p	q	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$\neg(p \Rightarrow q)$	$(p \wedge \neg q)$	F
T	T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	T
T	$\perp$	T	$\perp$	T	T	T
$\perp$	T	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	T
$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	T

Formula jeste tautologija, jer smo u zadnjoj koloni dobili sve T.

Primer 4.

Ispitati da li je formula tautologija $F = (p \vee \neg r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \wedge r))$

Rešenje:

Kad imamo 3 iskazna slova , tabelica ima 8 vrste (4-4,2-2,1-1 za tačno i netačno).

Uočimo levu i desnu stranu formule, delove vezane ekvivalencijom. Na levoj strani moramo prvo da odradimo negaciju, pa onda može cela leva strana. Na desnoj strani prvo ćemo malu zagradu ($q \wedge r$), a onda može i cela desna strana.

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T					
T	T	$\perp$					
T	$\perp$	T					
T	$\perp$	$\perp$					
$\perp$	T	T					
$\perp$	T	$\perp$					
$\perp$	$\perp$	T					
$\perp$	$\perp$	$\perp$					
4-4	2-2	1-1					

Popunjavamo jednu po jednu kolonu:

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T	$\perp$				
T	T	$\perp$	T				
T	$\perp$	T	$\perp$				
T	$\perp$	$\perp$	T				
$\perp$	T	T	$\perp$				
$\perp$	T	$\perp$	T				
$\perp$	$\perp$	T	$\perp$				
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T				

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T	$\perp$	T			
T	T	$\perp$	T	T			
T	$\perp$	T	$\perp$	T			
T	$\perp$	$\perp$	T	T			
$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$			
$\perp$	T	$\perp$	T	T			
$\perp$	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$			
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	T			

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T	$\perp$	T	T		
T	T	$\perp$	T	T	$\perp$		
T	$\perp$	T	$\perp$	T	T		
T	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$		
$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$		
$\perp$	T	$\perp$	T	T	$\perp$		
$\perp$	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$		
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$		

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T	$\perp$	T	T	T	
T	T	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	
T	$\perp$	T	$\perp$	T	T	T	
T	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	
$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	
$\perp$	T	$\perp$	T	T	$\perp$	T	
$\perp$	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	T	

Konačno spajamo ekvivalencijom $p \vee \neg r$ i $p \Rightarrow (q \wedge r)$

p	q	r	$\neg r$	$p \vee \neg r$	$q \wedge r$	$p \Rightarrow (q \wedge r)$	F
T	T	T	$\perp$	T	T	T	T
T	T	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$
T	$\perp$	T	$\perp$	T	T	T	T
T	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	T	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	T	$\perp$	T	T	$\perp$	T	T
$\perp$	$\perp$	T	$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	T	T	$\perp$	T	T

Zaključujemo da formula nije tautologija.

www.matematiranje.in.rs